

3. TEKNIK M

Minimumkan: $Z = -3X_1 + X_2 + X_3$

Batasan : $X_1 - 2X_2 + X_3 \leq 11$

$$-4X_1 + X_2 + 2X_3 \geq 3$$

$$2X_1 - X_3 = -1$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

LANGKAH-LANGKAH PENYELESAIAN DENGAN TEKNIK M:

1. *Merubah model ke bentuk standar.*

Bentuk standar dari model di atas menjadi:

Minimumkan: $Z = -3X_1 + X_2 + X_3$

Batasan: $X_1 - 2X_2 + X_3 + X_4 = 11$

$$-4X_1 + X_2 + 2X_3 - X_5 = 3$$

$$-2X_1 + X_3 = 1 \longrightarrow \text{dikalikan } -1$$

2. *Menambahkan variable buatan (R) ke persamaan yang tidak memiliki variable slack.*

Persamaan kedua dan ketiga tidak memiliki variable slack, menjadi:

$$-4X_1 + X_2 + 2X_3 - X_5 + R_1 = 3$$

$$-2X_1 + X_3 + R_2 = 1$$

3. Memberikan koefisien positif yang sangat besar dalam fungsi tujuan.

Anggaplah $M > 0$ merupakan konstanta yang sangat besar, sehingga model menjadi:

Minimumkan: $Z = -3X_1 + X_2 + X_3 + MR_1 + MR_2$

Batasan: $X_1 - 2X_2 + X_3 + X_4 = 11$

$$-4X_1 + X_2 + 2X_3 - X_5 + R_1 = 3$$

$$-2X_1 + X_3 + R_2 = 1$$

4. Substitusikan keluar variable buatan (R) dalam fungsi tujuan.

$$-4X_1 + X_2 + 2X_3 - X_5 + R_1 = 3, \text{ menjadi: } R_1 = 3 + 4X_1 - X_2 - 2X_3 + X_5$$

$$-2X_1 + X_3 + R_2 = 1, \text{ menjadi: } R_2 = 1 + 2X_1 - X_3$$

Fungsi tujuan menjadi:

$$Z = -3X_1 + X_2 + X_3 + M(3 + 4X_1 - X_2 - 2X_3 + X_5) + M(1 + 2X_1 - X_3)$$

$$Z = -3X_1 + X_2 + X_3 + 3M + 4MX_1 - MX_2 - 2MX_3 + MX_5 + M + 2MX_1 - MX_3$$

$$Z = -3X_1 + 4MX_1 + 2MX_1 + X_2 - MX_2 + X_3 - 2MX_3 - MX_3 + MX_5 + 3M + M$$

$$Z = (-3 + 4M + 2M)X_1 + (1 - 1M)X_2 + (1 - 2M - 1M)X_3 + MX_5 + 4M$$

$$Z = (-3 + 6M)X_1 + (1 - M)X_2 + (1 - 3M)X_3 + MX_5 + 4M$$

$$Z - (-3 + 6M)X_1 - (1 - M)X_2 - (1 - 3M)X_3 - MX_5 = 4M$$

5. Membuat table awal simpleks.

Dasar	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	R_1	R_2	Pemecahan	Rasio
Z	$3 - 6M$	$-1 + M$	$-1 + 3M$	0	$-M$	0	0	4M	
X_4	1	-2	1	1	0	0	0	11	11
R_1	-4	1	2	0	-1	1	0	3	3/2
R_2	-2	0	1	0	0	0	1	1	1

Pada masalah *minimalisasi*, variable masuk merupakan koefisien yang paling positif dalam persamaan Z, dan kondisi optimum diperoleh ketika semua variable nondasar memiliki koefisien Z yang nonpositif.

a. Persamaan pivot baru

Persamaan Pivot lama (a)	-2	0	1	0	0	0	1	1
Elemen pivot (b)	1	1	1	1	1	1	1	1
Persamaan pivot baru (a/b)	-2	0	1	0	0	0	1	1

b. Persamaan Z baru

Persamaan Z lama (a)	$3 - 6M$	$-1 + M$	$-1 + 3M$	0	$-M$	0	0	4M
Elemen kolom masuk pada variable dasar Z (b)	$-1 + 3M$	$-1 + 3M$	$-1 + 3M$	$-1 + 3M$	$-1 + 3M$	$-1 + 3M$	$-1 + 3M$	$-1 + 3M$
Persamaan pivot baru (c)	-2	0	1	0	0	0	1	1
$b \times c = (d)$	$2 - 6M$	0	$-1 + 3M$	0	0	0	$-1 + 3M$	$-1 + 3M$
Persamaan Z baru (a-d)	1	$-1 + M$	0	0	$-M$	0	$1 - 3M$	$1 + M$

c. Persamaan X_4 baru

Persamaan X_4 lama (a)	1	-2	1	1	0	0	0	11
Elemen kolom masuk pada variable dasar X_4 (b)	1	1	1	1	1	1	1	1
Persamaan pivot baru (c)	-2	0	1	0	0	0	1	1
$b \times c = (d)$	-2	0	1	0	0	0	1	1
Persamaan X_4 baru (a-d)	3	-2	0	1	0	0	-1	10

d. Persamaan R_1 baru

Persamaan R_1 lama (a)	-4	1	2	0	-1	1	0	3
Elemen kolom masuk pada variable dasar R_1 (b)	2	2	2	2	2	2	2	2
Persamaan pivot baru (c)	-2	0	1	0	0	0	1	1
$b \times c = (d)$	-4	0	2	0	0	0	2	2
Persamaan R_1 baru (a-d)	0	1	0	0	-1	1	-2	1

6. Table simpleks iterasi pertama.

Dasar	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	R_1	R_2	Pemecahan	Rasio
Z	1	$-1 + M$	0	0	$-M$	0	$1 - 3M$	$1 + M$	
X_4	3	-2	0	1	0	0	-1	10	*
R_1	0	1	0	0	-1	1	-2	1	1
X_3	-2	0	1	0	0	0	1	1	*

a. Persamaan pivot baru

Persamaan Pivot lama (a)	0	1	0	0	-1	1	-2	1
Elemen pivot (b)	1	1	1	1	1	1	1	1
Persamaan pivot baru (a/b)	0	1	0	0	-1	1	-2	1

b. Persamaan Z baru

Persamaan Z lama (a)	1	$-1 + M$	0	0	$-M$	0	$1 - 3M$	$1 + M$
Elemen kolom masuk pada variable dasar Z (b)	$-1 + M$	$-1 + M$	$-1 + M$	$-1 + M$	$-1 + M$	$-1 + M$	$-1 + M$	$-1 + M$
Persamaan pivot baru (c)	0	1	0	0	-1	1	-2	1
$b \times c = (d)$	0	$-1 + M$	0	0	$1 - M$	$-1 + M$	$2 - 2M$	$-1 + M$
Persamaan Z baru (a-d)	1	0	0	0	-1	$1 - M$	$-1 - M$	2

c. Persamaan X_4 baru

Persamaan X_4 lama (a)	3	-2	0	1	0	0	-1	10
Elemen kolom masuk pada variable dasar X_4 (b)	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
Persamaan pivot baru (c)	0	1	0	0	-1	1	-2	1
$b \times c = (d)$	0	-2	0	0	2	-2	4	-2
Persamaan X_4 baru (a-d)	3	0	0	1	-2	2	-5	12

d. Persamaan X_3 baru

Persamaan X_3 lama (a)	-2	0	1	0	0	0	1	1
Elemen kolom masuk pada variable dasar X_3 (b)	0	0	0	0	0	0	0	0
Persamaan pivot baru (c)	0	1	0	0	-1	1	-2	1
$b \times c = (d)$	0	0	0	0	0	0	0	0
Persamaan X_3 baru (a-d)	-2	0	1	0	0	0	1	1

7. Tabel simpleks iterasi kedua

Dasar	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	R_1	R_2	Pemecahan	Rasio
Z	1	0	0	0	-1	$1 - M$	$-1 - M$	2	
X_4	3	0	0	1	-2	2	-5	12	4
X_2	0	1	0	0	-1	1	-2	1	*
X_3	-2	0	1	0	0	0	1	1	*

a. Persamaan pivot baru

Persamaan Pivot lama (a)	3	0	0	1	-2	2	-5	12
Elemen pivot (b)	3	3	3	3	3	3	3	3
Persamaan pivot baru (a/b)	1	0	0	$1/3$	$-2/3$	$2/3$	$-5/3$	4

b. Persamaan Z baru

Persamaan Z lama (a)	1	0	0	0	-1	1 - M	-1 - M	2
Elemen kolom masuk pada variable dasar Z (b)	1	1	1	1	1	1	1	1
Persamaan pivot baru (c)	1	0	0	1/3	-2/3	2/3	-5/3	4
b x c = (d)	1	0	0	1/3	-2/3	2/3	-5/3	4
Persamaan Z baru (a-d)	0	0	0	-1/3	-1/3	1/3 - M	2/3 - M	-2

c. Persamaan X₂ baru

Persamaan X ₂ lama (a)	0	1	0	0	-1	1	-2	1
Elemen kolom masuk pada variable dasar X ₂ (b)	0	0	0	0	0	0	0	0
Persamaan pivot baru (c)	1	0	0	1/3	-2/3	2/3	-5/3	4
b x c = (d)	0	0	0	0	0	0	0	0
Persamaan X ₂ baru (a-d)	0	1	0	0	-1	1	-2	1

d. Persamaan X₃ baru

Persamaan X ₃ lama (a)	-2	0	1	0	0	0	1	1
Elemen kolom masuk pada variable dasar X ₃ (b)	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
Persamaan pivot baru (c)	1	0	0	1/3	-2/3	2/3	-5/3	4
b x c = (d)	-2	0	0	-2/3	4/3	-4/3	10/3	-8
Persamaan X ₃ baru (a-d)	0	0	1	2/3	-4/3	4/3	-7/3	9

8. Tabel simpleks iterasi ketiga - OPTIMUM

Dasar	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	R ₁	R ₂	Pemecahan
Z	0	0	0	-1/3	-1/3	1/3 - M	2/3 - M	-2
X ₁	1	0	0	1/3	-2/3	2/3	-5/3	4
X ₂	0	1	0	0	-1	1	-2	1
X ₃	0	0	1	2/3	-4/3	4/3	-7/3	9

Iterasi ketiga optimal karena semua variable nondasar memiliki koefisien nonpositif pada persamaan Z, dengan $X_1 = 4$, $X_2 = 1$, $X_3 = 9$, dan $Z = -2$.

Catatan:

Bagaimana teknik M berubah jika melakukan maksimalisasi? Dengan menggunakan logika yang sama, kita harus memberikan koefisien $-M$ dalam fungsi tujuan ($M > 0$). Dalam contoh diatas, misalkan masalahnya berjenis maksimalisasi, sehingga fungsi tujuan berubah menjadi:

Maksimumkan: $Z = -3X_1 + X_2 + X_3 - MR_1 - MR_2$

REFERENSI

1. Sri Mulyono, *Riset Operasi*, Jakarta: Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi UI, 2002
2. Taha, Hamdy A., *Riset Operasi – Jilid 1*, Jakarta: Binarupa Aksara, 1996