

TEKNIK DUA TAHAP

Tahap I. Tambahkan variable buatan sebagaimana diperlukan untuk memperoleh pemecahan awal. Bentuklah fungsi tujuan baru yang mengusahakan minimalisasi jumlah variable buatan dengan batasan masalah semula yang dimodifikasi oleh variable buatan tersebut. Jika nilai minimum dari fungsi tujuan yang baru itu adalah nol (yang berarti semua variable buatan adalah nol), masalah tersebut memiliki ruang pemecahan yang layak. Lanjutkan ke tahap II. Jika tidak, jika nilai minimum itu positif, masalah itu tidak memiliki pemecahan yang layak. Hentikan!.

Tahap II. Gunakan pemecahan dasar optimum dari tahap I sebagai pemecahan awal untuk masalah semula.

$$\begin{aligned}\text{Minimumkan:} & \quad Z = 4X_1 + X_2 \\ \text{Batasan:} & \quad 3X_1 + X_2 = 3 \\ & \quad 4X_1 + 3X_2 \geq 6 \\ & \quad X_1 + 2X_2 \leq 4\end{aligned}$$

Langkah-Langkah Penyelesaian Dengan Teknik Dua Tahap

1. Tambahkan variable buatan R kedalam batasan yang tidak memiliki variable slack.

Dari model diatas dapat diketahui bahwa persamaan batasan pertama dan kedua memerlukan variable buatan R_1 dan R_2 , sehingga:

$$\begin{aligned}\text{Minimumkan:} & \quad Z = R_1 + R_2 \\ \text{Batasan:} & \quad 3X_1 + X_2 + R_1 = 3 \\ & \quad 4X_1 + 3X_2 - X_3 + R_2 = 6 \\ & \quad X_1 + 2X_2 + X_4 = 4\end{aligned}$$

2. Substitusikan keluar variable buatan R_1 dan R_2 dalam fungsi tujuan.

$$3X_1 + X_2 + R_1 = 3; \text{ menjadi } R_1 = 3 - 3X_1 - X_2$$

$$4X_1 + 3X_2 - X_3 + R_2 = 6; \text{ menjadi } R_2 = 6 - 4X_1 - 3X_2 + X_3$$

$$r = R_1 + R_2$$

$$r = (3 - 3X_1 - X_2) + (6 - 4X_1 - 3X_2 + X_3)$$

$$r = -7X_1 - 4X_2 + X_3 + 9$$

$$r + 7X_1 + 4X_2 - X_3 = 9$$

3. Buat table simpleks tahap I

Dasar	X_1	X_2	X_3	R_1	R_2	X_4	Pemecahan	Rasio
r	7	4	-1	0	0	0	9	
R_1	3	1	0	1	0	0	3	1
R_2	4	3	-1	0	1	0	6	3/2
X_4	1	2	0	0	0	1	4	4

Persamaan pivot baru:

Persamaan Pivot lama (a)	3	1	0	1	0	0	3
Elemen pivot (b)	3	3	3	3	3	3	3
Persamaan pivot baru (a/b)	1	1/3	0	1/3	0	0	1

Persamaan r baru:

Persamaan r lama (a)	7	4	-1	0	0	0	9
Elemen kolom masuk pada variable dasar r (b)	7	7	7	7	7	7	7
Persamaan pivot baru (c)	1	1/3	0	1/3	0	0	1
$b \times c = (d)$	7	7/3	0	7/3	0	0	7
Persamaan r baru (a-d)	0	5/3	-1	-7/3	0	0	2

Persamaan R_2 baru:

Persamaan R_2 lama (a)	4	3	-1	0	1	0	6
Elemen kolom masuk pada variable dasar R_2 (b)	4	4	4	4	4	4	4
Persamaan pivot baru (c)	1	1/3	0	1/3	0	0	1
$b \times c = (d)$	4	4/3	0	4/3	0	0	4
Persamaan R_2 baru (a-d)	0	5/3	-1	-4/3	1	0	2

Persamaan X_4 baru:

Persamaan X_4 lama (a)	1	2	0	0	0	1	4
Elemen kolom masuk pada variable dasar X_4 (b)	1	1	1	1	1	1	1
Persamaan pivot baru (c)	1	1/3	0	1/3	0	0	1
$b \times c = (d)$	1	1/3	0	1/3	0	0	1
Persamaan X_4 baru (a-d)	0	5/3	0	-1/3	0	1	3

Tabel simpleks iterasi pertama

Dasar	X_1	X_2	X_3	R_1	R_2	X_4	Pemecahan	Rasio
r	0	$5/3$	-1	$-7/3$	0	0	2	
X_1	1	$1/3$	0	$1/3$	0	0	1	3
R_2	0	$5/3$	-1	$-4/3$	1	0	2	$6/5$
X_4	0	$5/3$	0	$-1/3$	0	1	3	$9/5$

Persamaan pivot baru:

Persamaan Pivot lama (a)	0	$5/3$	-1	$-4/3$	1	0	2
Elemen pivot (b)	$5/3$	$5/3$	$5/3$	$5/3$	$5/3$	$5/3$	$5/3$
Persamaan pivot baru (a/b)	0	1	$-3/5$	$-4/5$	$3/5$	0	$6/5$

Persamaan r baru:

Persamaan r lama (a)	0	$5/3$	-1	$-7/3$	0	0	2
Elemen kolom masuk pada variable dasar r (b)	$5/3$	$5/3$	$5/3$	$5/3$	$5/3$	$5/3$	$5/3$
Persamaan pivot baru (c)	0	1	$-3/5$	$-4/5$	$3/5$	0	$6/5$
$b \times c = (d)$	0	$5/3$	-1	$-4/3$	1	0	2
Persamaan r baru (a-d)	0	0	0	-1	-1	0	0

Persamaan X_1 baru:

Persamaan X_1 lama (a)	1	$1/3$	0	$1/3$	0	0	1
Elemen kolom masuk pada variable dasar X_1 (b)	$1/3$	$1/3$	$1/3$	$1/3$	$1/3$	$1/3$	$1/3$
Persamaan pivot baru (c)	0	1	$-3/5$	$-4/5$	$3/5$	0	$6/5$
$b \times c = (d)$	0	$1/3$	$-1/5$	$-4/15$	$1/5$	0	$2/5$
Persamaan X_1 baru (a-d)	1	0	$1/5$	$3/5$	$-1/5$	0	$3/5$

Persamaan X_4 baru:

Persamaan X_4 lama (a)	0	$5/3$	0	$-1/3$	0	1	3
Elemen kolom masuk pada variable dasar X_4 (b)	$5/3$	$5/3$	$5/3$	$5/3$	$5/3$	$5/3$	$5/3$
Persamaan pivot baru (c)	0	1	$-3/5$	$-4/5$	$3/5$	0	$6/5$
$b \times c = (d)$	0	$5/3$	-1	$-4/3$	1	0	2
Persamaan X_4 baru (a-d)	0	0	1	1	-1	1	1

Table simplek optimum (karena minimum $r = 0$)

Dasar	X_1	X_2	X_3	R_1	R_2	X_4	Pemecahan
r	0	0	0	-1	-1	0	0
X_1	1	0	1/5	3/5	-1/5	0	3/5
X_2	0	1	-3/5	-4/5	3/5	0	6/5
X_4	0	0	1	1	-1	1	1

$r = 0$, masalah ini memiliki pemecahan yang layak; karena itu kita bergerak ke tahap II.

4. Singkirkan variable buatan dalam semua perhitungan berikutnya.

Persamaan dalam table optimum tahap I ditulis:

$$X_1 + 1/5X_3 = 3/5; \text{ sama dengan: } X_1 = 3/5 - 1/5X_3$$

$$X_2 - 3/5X_3 = 6/5; \text{ sama dengan: } X_2 = 6/5 + 3/5X_3$$

$$X_3 + X_4 = 1$$

5. Subtitusikan variable dasar kedalam fungsi tujuan.

$$Z = 4X_1 + X_2$$

$$Z = 4(3/5 - 1/5X_3) + 6/5 + 3/5X_3$$

$$Z = 12/5 - 4/5X_3 + 6/5 + 3/5X_3$$

$$Z = 18/5 - 1/5X_3; \text{ sama dengan: } Z + 1/5X_3 = 18/5$$

6. Buat table simpleks tahap II

Dasar	X_1	X_2	X_3	X_4	Pemecahan	Rasio
Z	0	0	1/5	0	18/5	
X_1	1	0	1/5	0	3/5	3
X_2	0	1	-3/5	0	6/5	*
X_4	0	0	1	1	1	1

Persamaan pivot baru:

Persamaan Pivot lama (a)	0	0	1	1	1
Elemen pivot (b)	1	1	1	1	1
Persamaan pivot baru (a/b)	0	0	1	1	1

Persamaan Z baru:

Persamaan Z lama (a)	0	0	1/5	0	18/5
Elemen kolom masuk pada variable dasar Z (b)	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5
Persamaan pivot baru (c)	0	0	1	1	1
$b \times c = (d)$	0	0	1/5	1/5	1/5
Persamaan Z baru (a-d)	0	0	0	-1/5	17/5

Persamaan X_1 baru:

Persamaan X_1 lama (a)	1	0	1/5	0	3/5
Elemen kolom masuk pada variable dasar X_1 (b)	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5
Persamaan pivot baru (c)	0	0	1	1	1
$b \times c = (d)$	0	0	1/5	1/5	1/5
Persamaan X_1 baru (a-d)	1	0	0	-1/5	2/5

Persamaan X_2 baru:

Persamaan X_2 lama (a)	0	1	-3/5	0	6/5
Elemen kolom masuk pada variable dasar X_2 (b)	-3/5	-3/5	-3/5	-3/5	-3/5
Persamaan pivot baru (c)	0	0	1	1	1
$b \times c = (d)$	0	0	-3/5	-3/5	-3/5
Persamaan X_2 baru (a-d)	0	1	0	3/5	9/5

Table simpleks iterasi pertama - optimum (karena semua variable nondasar pada persamaan Z bernilai nonpositif).

Dasar	X_1	X_2	X_3	X_4	Pemecahan
Z	0	0	0	-1/5	17/5
X_1	1	0	0	-1/5	2/5
X_2	0	1	0	3/5	9/5
X_3	0	0	1	1	1

Kesimpulan:

$X_1 = 2/5$, $X_2 = 9/5$, dan $Z = 17/5$

METODE SIMPLEKS DUAL

Minimumkan $Z = 3X_1 + 2X_2$

Batasan $3X_1 + X_2 \geq 3$

$$4X_1 + 3X_2 \geq 6$$

$$X_1 + X_2 \leq 3$$

Langkah-Langkah Penyelesaian Dengan Metode Simpleks Dual

1. Konversi batasan menjadi bentuk persamaan.

Konversi dapat dilakukan dengan menambahkan variable surplus atau slack, selanjutnya semua variable surplus dalam batasan akan memiliki koefisien sebesar +1 dengan cara mengalikan persamaannya dengan -1, sehingga *bentuk standar dari metode simpleks dual* adalah sebagai berikut:

Minimumkan $Z = 3X_1 + 2X_2 + 0X_3 + 0X_4 + 0X_5$; menjadi:

$$Z - 3X_1 - 2X_2 - 0X_3 - 0X_4 - 0X_5 = 0$$

Batasan $-3X_1 - X_2 + X_3 = -3$

$$-4X_1 - 3X_2 + X_4 = -6$$

$$X_1 + X_2 + X_5 = 3$$

2. Buat table awal simpleks dual

Dasar	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Pemecahan
Z	-3	-2	0	0	0	0
X_3	-3	-1	1	0	0	-3
X_4	-4	-3	0	1	0	-6
X_5	1	1	0	0	1	3
Rasio	3/4	2/3	-	-	-	

3. Tentukan variabele keluar.

Variable keluar merupakan variable dasar yang paling negative, dalam contoh diatas variable dasar X_4 merupakan variable dasar yang paling negative, yaitu -6.

4. Tentukan variable masuk.

Variable masuk merupakan rasio koefisien sisi kiri dari persamaan Z dengan koefisien dalam variable keluar. Rasio dengan penyebut positif atau nol disingkirkan. Variable masuk adalah variable yang memiliki nilai *terkecil*, dari contoh diatas variable nondasar X_2 merupakan variable masuk karena memiliki rasio terkecil, yaitu 2/3.

5. Mencari nilai variable dasar baru.

Persamaan pivot baru:

Persamaan pivot lama (a)	-4	-3	0	1	0	-6
Elemen pivot (b)	-3	-3	-3	-3	-3	-3
Persamaan pivot baru (a/b)	4/3	1	0	-1/3	0	2

Persamaan Z baru:

Persamaan Z lama (a)	-3	-2	0	0	0	0
Elemen variable masuk pada variable dasar Z (b)	-2	-2	-2	-2	-2	-2
Persamaan pivot baru (c)	4/3	1	0	-1/3	0	2
b x c = (d)	-8/3	-2	0	2/3	0	-4
Persamaan Z baru (a-d)	-1/3	0	0	-2/3	0	4

Persamaan X_3 baru:

Persamaan X_3 lama (a)	-3	-1	1	0	0	-3
Elemen variable masuk pada variable dasar X_3 (b)	-1	-1	-1	-1	-1	-1
Persamaan pivot baru (c)	4/3	1	0	-1/3	0	2
b x c = (d)	-4/3	-1	0	1/3	0	-2
Persamaan X_3 baru (a-d)	-5/3	0	1	-1/3	0	-1

Persamaan X_5 baru:

Persamaan X_5 lama (a)	1	1	0	0	1	3
Elemen variable masuk pada variable dasar X_5 (b)	1	1	1	1	1	1
Persamaan pivot baru (c)	4/3	1	0	-1/3	0	2
b x c = (d)	4/3	1	0	-1/3	0	2
Persamaan X_5 baru (a-d)	-1/3	0	0	1/3	1	1

Table simpleks dual iterasi pertama:

Dasar	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Pemecahan
Z	-1/3	0	0	-2/3	0	4
X_3	-5/3	0	1	-1/3	0	-1
X_2	4/3	1	0	-1/3	0	2
X_5	-1/3	0	0	1/3	1	1
Rasio	1/5	-	-	2	-	

Persamaan pivot baru:

Persamaan pivot lama (a)	-5/3	0	1	-1/3	0	-1
Elemen pivot (b)	-5/3	-5/3	-5/3	-5/3	-5/3	-5/3
Persamaan pivot baru (a/b)	1	0	-3/5	1/5	0	3/5

Persamaan Z baru:

Persamaan Z lama (a)	-1/3	0	0	-2/3	0	4
Elemen variable masuk pada variable dasar Z (b)	-1/3	-1/3	-1/3	-1/3	-1/3	-1/3
Persamaan pivot baru (c)	1	0	-3/5	1/5	0	3/5
b x c = (d)	-1/3	0	1/5	-1/15	0	-1/5
Persamaan Z baru (a-d)	0	0	-1/5	-3/5	0	21/5

Persamaan X_2 baru:

Persamaan X_2 lama (a)	4/3	1	0	-1/3	0	2
Elemen variable masuk pada variable dasar X_2 (b)	4/3	4/3	4/3	4/3	4/3	4/3
Persamaan pivot baru (c)	1	0	-3/5	1/5	0	3/5
b x c = (d)	4/3	0	-4/5	4/15	0	4/5
Persamaan X_2 baru (a-d)	0	1	4/5	-3/5	0	6/5

Persamaan X_5 baru:

Persamaan X_5 lama (a)	-1/3	0	0	1/3	1	1
Elemen variable masuk pada variable dasar X_5 (b)	-1/3	-1/3	-1/3	-1/3	-1/3	-1/3
Persamaan pivot baru (c)	1	0	-3/5	1/5	0	3/5
b x c = (d)	-1/3	0	1/5	-1/15	0	-1/5
Persamaan X_5 baru (a-d)	0	0	-1/5	2/5	1	6/5

Table simpleks dual iterasi kedua - OPTIMUM

Dasar	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Pemecahan
Z	0	0	-1/5	-3/5	0	21/5
X_1	1	0	-3/5	1/5	0	3/5
X_2	0	1	4/5	-3/5	0	6/5
X_5	0	0	-1/5	2/5	1	6/5

Kesimpulan:

$X_1 = 3/5$; $X_2 = 6/5$; dan $Z = 21/5$

CATATAN:

Gagasan umum dari prosedur simpleks dual adalah: sementara iterasi pertama dimulai tidak layak dan optimal, iterasi berikutnya bergerak ke arah ruang layak tanpa kehilangan sifat optimalitas (ingat bahwa simpleks biasa mempertahankan kelayakan sementara bergerak ke arah optimalitas). Pada iterasi dimana *pemecahan* menjadi layak untuk pertama kalinya, proses berakhir

Dengan kata lain, *kondisi optimum pada model simpleks dual diperoleh apabila koefisien variable nondasar pada persamaan Z sudah bernilai nonpositif dan pemecahan bernilai positif.*

REFERENSI

1. Taha, Hamdy A., *Riset Operasi – Jilid 1*, Jakarta: Binarupa Aksara, 1996