

DUALITAS DAN ANALISIS SENSITIVITAS

DUALITAS

Setiap LP terdiri atas dua bentuk. Bentuk pertama atau asli dinamakan primal, sementara bentuk kedua yang berhubungan dinamakan dual, sehingga suatu solusi terhadap LP yang asli juga memberikan solusi pada bentuk dualnya.

Contoh:

Primal

$$\begin{aligned} \text{Minimumkan:} \quad & Z = 3X_1 + 2.5X_2 \\ \text{Batasan:} \quad & 2X_1 + 4X_2 \geq 40 \\ & 3X_1 + 2X_2 \geq 50 \\ & X_1, X_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Dual

$$\begin{aligned} \text{Maksimumkan:} \quad & W = 40Y_1 + 50Y_2 \\ \text{Batasan:} \quad & 2Y_1 + 3Y_2 \leq 3 \\ & 4Y_1 + 2Y_2 \leq 2.5 \\ & Y_1, Y_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Y_1 , dan Y_2 dinamakan variable dual.

Bila masalah primal dan dual dibandingkan, terlihat beberapa hubungan sebagai berikut:

1. Koefisien fungsi tujuan primal menjadi konstan sisi kanan masalah dual, sebaliknya, konstan sisi kanan primal menjadi koefisien fungsi tujuan dual.
2. Tanda pertidaksamaan batasan dibalik.
3. Tujuan diubah dari minimalisasi (maksimalisasi) dalam primal menjadi maksimalisasi (minimalisasi) dalam dual.
4. Setiap kolom pada primal berhubungan dengan suatu baris (batasan) dalam dual, sehingga banyaknya batasan dalam dual sama dengan banyaknya variable primal.
5. Setiap baris (batasan) pada primal berhubungan dengan suatu kolom dalam dual, sehingga ada satu variable dual untuk setiap batasan primal.
6. Bentuk dual dari dual adalah bentuk primal.

Mencari Solusi Optimum Bentuk Dual

Primal

Minimumkan: $Z = 3X_1 + 2.5X_2$

Batasan: $2X_1 + 4X_2 \geq 40$

$3X_1 + 2X_2 \geq 50$

$X_1, X_2 \geq 0$

Bentuk standar simpleks:

Minimumkan: $Z = 3X_1 + 2.5X_2 + MR_1 + MR_2$

Batasan: $2X_1 + 4X_2 - X_3 + R_1 = 40;$

$3X_1 + 2X_2 - X_4 + R_2 = 50;$

$R_1 = 40 - 2X_1 - 4X_2 + X_3$

$R_2 = 50 - 3X_1 - 2X_2 + X_4$

Fungsi tujuan menjadi:

$Z = 3X_1 + 2.5X_2 + MR_1 + MR_2$

$Z = 3X_1 + 2.5X_2 + M(40 - 2X_1 - 4X_2 + X_3) + M(50 - 3X_1 - 2X_2 + X_4)$

$Z = 3X_1 + 2.5X_2 + 40M - 2MX_1 - 4MX_2 + MX_3 + 50M - 3MX_1 - 2MX_2 + MX_4$

$Z = 3X_1 + 2.5X_2 - 5MX_1 - 6MX_2 + MX_3 + MX_4 + 90M$

$Z = (3 - 5M)X_1 + (2.5 - 6M)X_2 + MX_3 + MX_4 + 90M$

$Z - (3 - 5M)X_1 - (2.5 - 6M)X_2 - MX_3 - MX_4 = 90M$

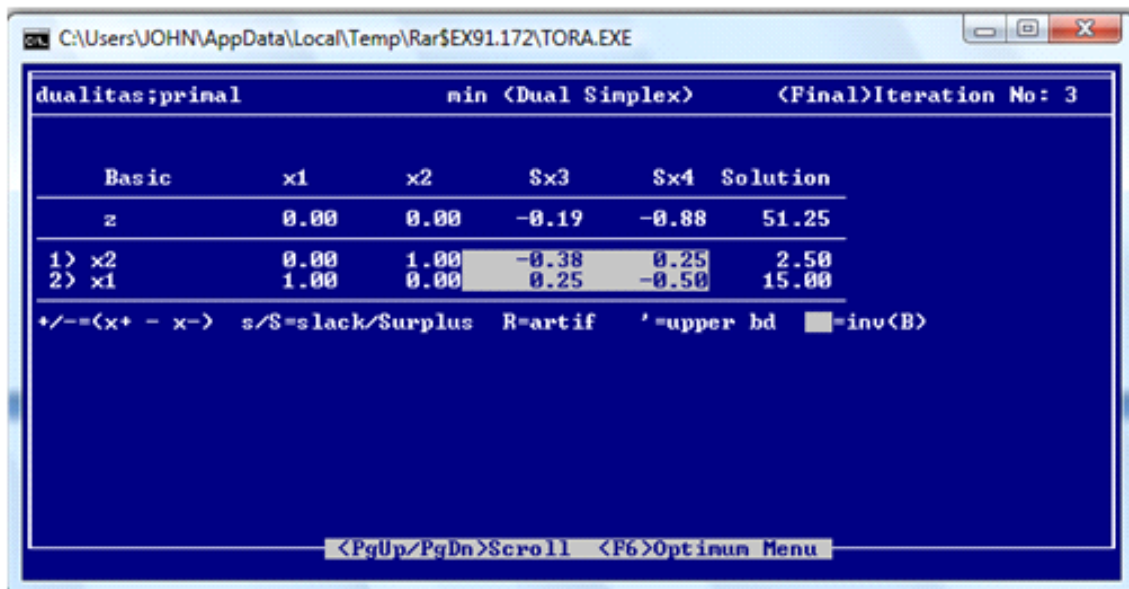
Dasar	X_1	X_2	X_3	X_4	R_1	R_2	Pemecahan	Rasio
Z	$-3 + 5M$	$-5/2 + 6M$	$-M$	$-M$	0	0	90M	
R_1	2	4	-1	0	1	0	40	10
R_2	3	2	0	-1	0	1	50	25

Dasar	X_1	X_2	X_3	X_4	R_1	R_2	Pemecahan	Rasio
Z	$-7/4 + 2M$	0	$-5/8 + 1/2M$	$-M$	$5/8 - 3/2M$	0	$25 + 30M$	
X_2	1/2	1	-1/4	0	1/4	0	10	20
R_2	2	0	1/2	-1	-1/2	1	30	15

Table simpleks optimum:

Dasar	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	R ₁	R ₂	Pemecahan
Z	0	0	-3/16	-7/8	3/16 - M	7/8 - M	205/4
X ₂	0	1	-3/8	1/4	3/8	-1/4	5/2
X ₁	1	0	1/4	-1/2	-1/4	1/2	15

Hasil perhitungan menggunakan TORA:



Dual

Maksimumkan: $W = 40Y_1 + 50Y_2$

Batasan: $2Y_1 + 3Y_2 \leq 3$

$4Y_1 + 2Y_2 \leq 2.5$

Bentuk standar simpleks:

Maksimumkan: $W = 40Y_1 + 50Y_2$

Batasan: $2Y_1 + 3Y_2 + Y_3 = 3$

$4Y_1 + 2Y_2 + Y_4 = 5/2$

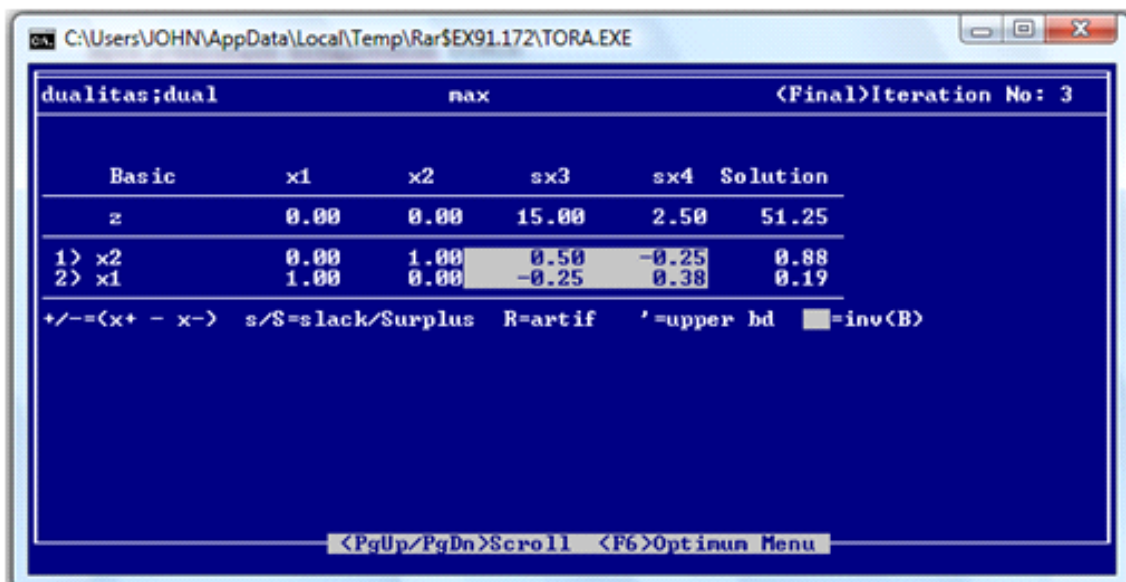
Dasar	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Pemecahan	Rasio
W	-40	-50	0	0	0	
Y ₃	2	3	1	0	3	1
Y ₄	4	2	0	1	5/2	5/4

Dasar	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Pemecahan	Rasio
W	-20/3	0	50/3	0	50	
Y ₂	2/3	1	1/3	0	1	3/2
Y ₄	8/3	0	-2/3	1	1/2	3/16

Table optimum simpleks:

Dasar	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Pemecahan
W	0	0	15	5/2	205/4
Y ₂	0	1	1/2	-1/4	7/8
Y ₁	1	0	-1/4	3/8	3/16

Hasil perhitungan menggunakan TORA:



Dari segi ekonomi, solusi optimum bentuk dual dapat ditafsirkan sebagai sumbangan per unit batasan sumber daya. Nilai optimum fungsi tujuan primal dan dual adalah sama. Suatu masalah seharusnya dirumuskan dalam bentuk primal atau dual, tergantung sepenuhnya kepada kemudahan perhitungan dalam menyelesaikan suatu masalah. Jika suatu masalah bentuk primalnya memiliki sejumlah besar batasan sementara variabelnya hanya sedikit, masalah tersebut dapat diselesaikan dengan efektif jika dirumuskan dalam bentuk dual.

ANALISIS SENSITIVITAS

Analisis sensitivitas merupakan analisis yang berkaitan dengan perubahan diskrit parameter untuk melihat berapa besar perubahan dapat ditolerir sebelum solusi optimum nilai kehilangan optimalitasnya. Jika suatu perubahan kecil dalam parameter menyebabkan perubahan drastic dalam solusi, dikatakan bahwa solusi sangat sensitive terhadap nilai parameter tersebut. Sebaliknya, jika perubahan parameter tidak mempunyai pengaruh besar terhadap solusi dikatakan solusi relative insensitive terhadap nilai parameter itu.

Dalam membicarakan analisis sensitivitas, perubahan-perubahan parameter dikelompokkan menjadi:

1. Perubahan koefisien fungsi tujuan
2. Perubahan konstan sisi kanan
3. Perubahan batasan atau kendala
4. Penambahan variable baru
5. Penambahan batasan atau kendala baru.

REFERENSI

1. Sri Mulyono, *Riset Operasi*, Jakarta: Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi UI, 2002
2. Taha, Hamdy A., *Riset Operasi – Jilid 1*, Jakarta: Binarupa Aksara, 1996