

## METODE TRANSPORTASI

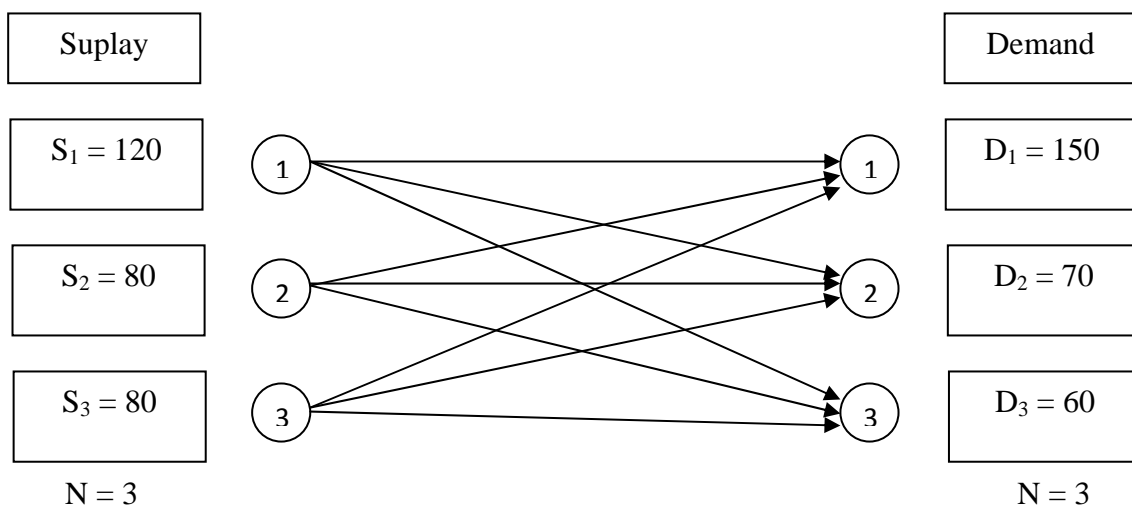
Pada umumnya masalah transportasi berhubungan dengan distribusi suatu produk tunggal dari beberapa sumber, dengan penawaran terbatas, menuju beberapa tujuan, dengan permintaan tertentu, pada biaya transport minimum. Karena hanya ada satu macam barang, suatu tempat tujuan dapat memenuhi permintaanya dari satu atau lebih sumber. Asumsi dasar model ini adalah bahwa biaya transport pada suatu rute tertentu proporsional dengan banyaknya unit yang dikirimkan. Unit yang dikirimkan sangat tergantung pada jenis produk yang diangkut. Yang penting, satuan penawaran dan permintaan akan barang yang diangkut harus konsisten.

**Contoh.**

Sebuah perusahaan Negara berkepentingan mengangkut pupuk dari tiga pabrik ke tiga pasar. Kapasitas penawaran ketiga pabrik, permintaan pada ketiga pasar dan biaya transport perunit adalah sebagai berikut:

		Pasar			Penawaran
		1	2	3	
Pabrik	1	8	5	6	120
	2	15	10	12	80
	3	3	9	10	80
Permintaan		150	70	60	280

Masalah diatas diilustrasikan sebagai suatu model jaringan pada gambar sebagai berikut:



Masalah diatas juga dapat dirumuskan sebagai suatu masalah LP sebagai berikut:

Minimumkan:  $Z = 8X_{11} + 5X_{12} + 6X_{13} + 15X_{21} + 10X_{22} + 12X_{23} + 3X_{31} + 9X_{32} + 10X_{33}$

Batasan:  $X_{11} + X_{12} + X_{13} = 120$  (penawaran pabrik 1)

$X_{21} + X_{22} + X_{23} = 80$  (penawaran pabrik 2)

$X_{31} + X_{32} + X_{33} = 80$  (penawaran pabrik 3)

$X_{11} + X_{21} + X_{31} = 150$  (permintaan pabrik 1)

$X_{12} + X_{22} + X_{32} = 70$  (permintaan pabrik 2)

$X_{13} + X_{23} + X_{33} = 60$  (permintaan pabrik 3)

**Table Transportasi**

Table 1.1 (Table Transportasi)

Dari \ Ke	1	2	3	Penawaran (S)
1	8	5	6	120
2	15	10	12	80
3	3	9	10	80
Permintaan (D)	150	70	60	280

**SOLUSI AWAL TRANSPORTASI**

**1. METODE NORTH-WEST CORNER**

Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

- a. Mulai pada pojok kiri atas (barat laut table) dan alokasikan sebanyak mungkin tanpa menyimpang dari batasab penawaran dan permintaan.
- b. Hilangkan baris atau kolom yang tidak dapat dialokasikan lagi, kemudian alokasikan sebanyak mungkin ke kotak didekat baris atau kolom yang tidak

dihilangkan, jika kolom atau baris sudah dihabiskan, pindahkan secara diagonal kekotak berikutnya.

- c. Lanjutkan dengan cara yang sama sampai semua penawaran telah dihabiskan dan keperluan permintaan telah dipenuhi.

Solusi awal dengan menggunakan metode north – west corner pada masalah diatas ditunjukkan oleh table 1.2.

Table 1.2 (Table Solusi Awal Metode North-West Corner)

Dari \ Ke	1	2	3	Penawaran (S)
1	(1) 8 120	5	6	120
2	(2) 15 30	(3) 10 50	12	80
3	3	(4) 9 20	(5) 10 60	80
Permintaan (D)	150	70	60	280

Dari table 1.2 diatas dapat diketahui bahwa biaya transport total adalah sebagai berikut:

$$Z = (8 \times 120) + (15 \times 30) + (10 \times 50) + (9 \times 20) + (10 \times 60) = 2690$$

Ingat, ini hanya solusi awal, sehingga tidal perlu optimum.

## 2. METODE LEAST-COST

Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

- a. Pilih variable  $X_{ij}$  (kotak) dengan biaya transport ( $c_{ij}$ ) terkecil dan alokasikan sebanyak mungkin. Ini akan menghabiskan baris i atau kolom j.
- b. Dari kotak-kotak sisanya yang layak (yaitu yang tidak terisi atau dihilangkan) pilih  $c_{ij}$  terkecil dan alokasikan sebanyak mungkin.
- c. Lanjutkan proses ini sampai semua penawaran dan permintaan terpenuhi.

Solusi awal dengan menggunakan metode north – west corner pada masalah diatas ditunjukkan oleh table 1.3.

Table 1.3 (Tabel Solusi Awal Metode Least-Cost)

Dari \ Ke	1	2	3	Penawaran (S)
1	8 70	(2) 5 70	(3) 6 50	120
2	(5) 15 70	10	(4) 12 10	80
3	(1) 3 80	9	10	80
Permintaan (D)	150	70	60	280

Dari table 1.3 diatas dapat diketahui bahwa biaya transport total adalah sebagai berikut:

$$Z = (3 \times 80) + (5 \times 70) + (6 \times 50) + (12 \times 10) + (15 \times 70) = 2060$$

### 3. METODE APROKSIMASI VOGEL (VAM)

Proses VAM dapat diringkas sebagai berikut:

- Hitung opportunity cost untuk setiap baris dan kolom. Opportunity cost untuk setiap baris ke-i dihitung dengan mengurangkan nilai  $c_{ij}$  terkecil pada baris tersebut dengan nilai  $c_{ij}$  satu tingkat lebih besar pada baris yang sama. Opportunity cost kolom diperoleh dengan cara yang sama. Biaya-biaya ini adalah pinalti karena tidak memilih kotak dengan biaya minimum.
- Pilih baris atau kolom dengan opportunity cost terbesar (jika terdapat nilai kembar, pilih secara sembarang. Alokasikan sebanyak mungkin kekotak dengan nilai  $c_{ij}$  minimum pada baris atau kolom yang dipilih.
- Hilangkan semua baris dan kolom dimana penawaran dan permintaan telah dihabiskan.
- Jika semua penawaran dan permintaan belum dipenuhi, kembali kelangkah pertama dan hitung kembali opportunity cost yang baru.

Solusi awal dengan menggunakan metode VAM pada masalah diatas ditunjukkan oleh table 1.4.

Table 1.4 (Table Solusi Awal Metode VAM)

Dari \ Ke	1	2	3	Penawaran (S)	Penalty cost baris
1	(2) 8 70	5	(3) 6 50	120	1 1 1
2	15	(4) 10 70	(5) 12 10	80	2 2 2
3	(1) 3 80	9	10	80	6 - -
Permintaan (D)	150	70	60	280	
Penalty cost kolom	5 7 -	4 5 5	4 6 -		

Biaya transport model VAM adalah sebagai berikut:

$$Z = (3 \times 80) + (8 \times 70) + (6 \times 50) + (10 \times 70) + (12 \times 10) = 1920$$

Biaya total untuk solusi awal dengan metode VAM merupakan biaya awal terkecil yang diperoleh dari ketiga metode solusi awal. Kenyataannya, solusi ini juga optimum, suatu keadaan yang akan ditunjukkan pada pembahasan mencari solusi optimum.

## MENENTUKAN SOLUSI OPTIMUM

### 1. METODE STEPPING STONE

Beberapa hal penting yang perlu diperhatikan dalam penyusunan jalur stepping stone untuk mencari variable masuk.

- Arah yang diambil boleh searah atau berlawanan arah jarum jam.
- Hanya ada satu jalur tertutup untuk setiap kotak kosong.
- Jalur harus mengikuti kotak terisi, kecuali pada kotak kosong yang sedang dievaluasi.

- d. Baik kotak terisi maupun kotak kosong dapat dilewati dalam penyusunan jalur tertutup.
- e. Suatu jalur dapat melintasi dirinya.
- f. Sebuah penambahan dan pengurangan yang sama besar harus kelihatan pada setiap baris dan kolom pada jalur itu.

Proses jalur tertutup dalam prosedur stepping stone ditunjukkan pada table berikut.

Table 1.5 (Tabel Solusi Optimum Metode Stepping Stone – Jalur Tertutup  $X_{12}$ )

Dari \ Ke	1	2	3	Penawaran (S)
1	$\begin{matrix} \uparrow -1 \\ 120 \end{matrix}$ <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; padding: 2px;">8</div> $\begin{matrix} \rightarrow +1 \\ 5 \end{matrix}$ <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; padding: 2px; margin-left: 20px;">6</div>	120		120
2	$\begin{matrix} +1 \\ 30 \end{matrix}$ <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; padding: 2px;">15</div> $\begin{matrix} \rightarrow -1 \\ 10 \end{matrix}$ <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; padding: 2px; margin-left: 20px;">12</div>	80		80
3		$\begin{matrix} 3 \\ 20 \end{matrix}$ <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; padding: 2px;">9</div>	$\begin{matrix} 60 \\ 10 \end{matrix}$ <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; padding: 2px;">10</div>	80
Permintaan (D)	150	70	60	280

- Penambahan atau pengurangan biaya dari jalur tertutup  $X_{12}$ :  
 $C_{12} = 5 - 10 + 15 - 8 = +2$
- Penambahan atau pengurangan biaya dari jalur tertutup  $X_{13}$ :  
 $C_{13} = 6 - 10 + 9 - 10 + 15 - 8 = +2$
- Penambahan atau pengurangan biaya dari jalur tertutup  $X_{23}$ :  
 $C_{23} = 12 - 10 + 9 - 10 = +1$
- Penambahan atau pengurangan biaya dari jalur tertutup  $X_{31}$ :  
 $C_{31} = 3 - 15 + 10 - 9 = -11$

Analisis diatas menunjukkan bahwa  $C_{31}$  memiliki perubahan biaya negative, sehingga  $X_{31}$  menjadi variable masuk. Jika terdapat dua atau lebih  $X_{ij}$  dengan nilai  $C_{ij}$  negative, maka pilih satu yang memiliki perubahan penurunan biaya terbesar (negative terbesar), dan jika terdapat nilai kembar, pilih sembarang.

Table 1.6 (Tabel Solusi Optimum Metode Stepping Stone – Jalur Tertutup X1<sub>3</sub>)

Dari \ Ke	1	2	3	Penawaran (S)
1	<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 5px;">↑ -1</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">8</div> <div style="margin-left: 20px;">→ +1</div> </div> <div style="margin-top: 5px;">120</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">6</div>	120
2	<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 5px;">↑ +1</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">15</div> <div style="margin-left: 20px;">→ -1</div> </div> <div style="margin-top: 5px;">30</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">10</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">12</div>	80
3	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</div>	<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 5px;">↑ +1</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">9</div> <div style="margin-left: 20px;">→ -1</div> </div> <div style="margin-top: 5px;">20</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">10</div>	80
Permintaan (D)	150	70	60	280

Table 1.7 (Tabel Solusi Optimum Metode Stepping Stone – Jalur Tertutup X2<sub>3</sub>)

Dari \ Ke	1	2	3	Penawaran (S)
1	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">8</div> <div style="margin-top: 5px;">120</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">6</div>	120
2	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">15</div> <div style="margin-top: 5px;">30</div>	<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 5px;">↑ -1</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">10</div> <div style="margin-left: 20px;">→ +1</div> </div> <div style="margin-top: 5px;">50</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">12</div>	80
3	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</div>	<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 5px;">↑ +1</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">9</div> <div style="margin-left: 20px;">→ -1</div> </div> <div style="margin-top: 5px;">20</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">10</div>	80
Permintaan (D)	150	70	60	280

Table 1.8 (Tabel Solusi Optimum Metode Stepping Stone – Jalur Tertutup X<sub>31</sub>)

Dari \ Ke	1	2	3	Penawaran (S)
1	120 <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">8</span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">5</span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">6</span>	120
2	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">15</span> <span style="margin-left: 20px;">-1</span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">10</span> <span style="margin-left: 20px;">+1</span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">12</span>	80
3	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">3</span> <span style="margin-left: 20px;">+1</span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">9</span> <span style="margin-left: 20px;">-1</span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">10</span>	80
Permintaan (D)	150	70	60	280

Jumlah yang dialokasikan kedalam variable masuk dibatasi oleh permintaan dan penawaran, serta dibatasi pada jumlah minimum pada suatu kotak yang dikurangi pada jalur tertutup. Dari contoh diatas dapat diketahui bahwa variable X<sub>31</sub> merupakan variable masuk, maka:

$X_{31} \text{ minimum} = (X_{21}, X_{32}) = \min(30, 20) = 20$ , sehingga table transportasi menjadi:

Table 1.9 (Tabel Solusi Optimum Metode Stepping Stone – Alokasi Variable Masuk X<sub>31</sub>)

Dari \ Ke	1	2	3	Penawaran (S)
1	120 <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">8</span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">5</span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">6</span>	120
2	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">15</span> <span style="margin-left: 20px;">-20</span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">10</span> <span style="margin-left: 20px;">+20</span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">12</span>	80
3	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">3</span> <span style="margin-left: 20px;">+20</span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">9</span> <span style="margin-left: 20px;">-20</span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">10</span>	80
Permintaan (D)	150	70	60	280



Solusi optimum dicapai disaat tidak ada calon variable masuk bernilai negative, dengan kata lain  $C_{ij}$  bernilai positif. Solusi optimum dicapai melalui tiga iterasi:

Table 1.10 (Tabel Solusi Optimum Metode Stepping Stone – Iterasi Kedua)

Dari \ Ke	1	2	3	Penawaran (S)
1	120 8	5	6	120
2	-10 10 - 10 = 0	70 10	+10 0 + 10 = 10	80 12
3	+10 20 + 10 = 30	9	-10 60 - 10 = 50	80 10
Permintaan (D)	150	70	60	280

Table 1.11 (Tabel Solusi Optimum Metode Stepping Stone – Iterasi Ketiga; Optimum)

Dari \ Ke	1	2	3	Penawaran (S)
1	-50 120 - 50 = 70	5	+50 0 + 50 = 50	120 8
2	15	70 10	10	80 12
3	+50 30 + 50 = 80	9	-50 50 - 50 = 0	80 10
Permintaan (D)	150	70	60	280

Table 1.11 diatas memberikan nilai  $C_{ij}$  positif untuk semua kotak kosong, sehingga tidak dapat diperbaiki lagi. Solusi optimum pada table 1.11 memberikan biaya transport terkecil, yaitu:

$$Z = (8 \times 70) + (6 \times 50) + (10 \times 70) + (12 \times 10) + (3 \times 80) = 1920$$

## 2. METODE MODIFIED DISTRIBUTION (MODI)

Contoh: solusi awal menggunakan north – west corner.

Dari \ Ke	1	2	3	Penawaran (S)
1	120	5	6	120
2	30	10	12	80
3	3	9	10	80
Permintaan (D)	150	70	60	280

Metode MODI memberikan  $U_i$  dan  $V_j$  yang dirancang untuk setiap baris dan kolom.

Dari table diatas dapat diketahui bahwa:

$$X_{11} : U_1 + V_1 = C_{11} = 8, \text{ misalkan } U_1 = 0, \text{ maka: } 0 + V_1 = 8, V_1 = 8$$

$$X_{21} : U_2 + V_1 = C_{21} = 15 \quad U_2 + 8 = 15, U_2 = 7$$

$$X_{22} : U_2 + V_2 = C_{22} = 10 \quad 7 + V_2 = 10, V_2 = 3$$

$$X_{32} : U_3 + V_2 = C_{32} = 9 \quad U_3 + 3 = 9, U_3 = 6$$

$$X_{33} : U_3 + V_3 = C_{33} = 10 \quad 6 + V_3 = 10, V_3 = 4$$

Nilai perubahan untuk setiap variable non dasar  $C_{ij}$ , ditentukan melalui:

$$C_{ij} = c_{ij} - U_i - V_j, \text{ sehingga:}$$

$$C_{12} = 5 - 0 - 3 = +2 \quad C_{23} = 12 - 7 - 4 = 1$$

$$C_{13} = 6 - 0 - 4 = +2 \quad C_{31} = 3 - 6 - 8 = -11$$

Nilai  $C_{31}$  negatif terbesar (-11) menunjukkan bahwa solusi yang ada tidak optimal dan  $X_{31}$  sebagai variable masuk. Jumlah yang dialokasikan ke  $X_{31}$  ditentukan sesuai dengan prosedur stepping stone, selanjutnya  $U_i$ ,  $V_j$ , dan  $C_{ij}$  pada table baru dihitung kembali untuk uji optimalitas dan menentukan variable masuk.

## REFERENSI

1. Sri Mulyono, *Riset Operasi*, Jakarta: Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi UI, 2002