

TEORI PERMAINAN

Teori permainan merupakan suatu model matematika yang digunakan dalam situasi konflik atau persaingan antara berbagai kepentingan yang saling berhadapan sebagai pesaing. Dalam permainan peserta adalah pesaing. Keuntungan bagi yang satu merupakan kerugian bagi yang lain. Model-model permainan dapat dibedakan berdasarkan jumlah pemain, jumlah keuntungan atau kerugian, dan jumlah strategi yang digunakan dalam permainan. Bila jumlah pemain ada dua, permainan disebut sebagai permainan dua pemain. Bila keuntungan atau kerugian sama dengan nol, disebut permainan jumlah nol.

A. SOLUSI OPTIMAL TWO PERSON ZERO SUM GAMES

Ada dua macam two person zero sum games, pertama jenis permainan strategi murni (pure strategy game) dimana setiap pemain hanya menjalankan strategi tunggal, dan kedua permainan strategi campuran (mixed strategy game) dimana kedua pemain menjalankan strategi yang berbeda-beda.

1. PURE STRATEGY GAME

Criteria maksimin untuk keuntungan, dimana pemain akan memilih strategi yang memaksimalkan keuntungan dari kemungkinan pay off yang minimum. Sedangkan, criteria minimax untuk kerugian, dimana pemain berusaha meminimumkan kerugian dari kerugian yang diperkirakan maksimum.

Dalam permainan strategi murni, pemain baris mengidentifikasi strategi optimalnya melalui criteria maksimin, sedang pemain kolom menggunakan criteria minimax. Pada kasus nilai maksimin sama dengan minimax maka dikatakan titik keseimbangan telah dicapai yang biasa disebut titik pelana (saddle point). Bila tidak dicapai keadaan seperti itu, maka strategi murni tidak dapat diterapkan dan digunakan strategi campuran.

Berikut merupakan contoh matriks pay off permainan dua pemain jumlah nol (two person zero sum games) permainan strategi murni.

		PERUSAHAAN B			Minimum Baris
		B_1	B_2	B_3	
PERUSAHAAN A	A_1	1	2	3	1
	A_2	5	3	4	3 (maksimin)
	A_3	4	2	5	2
Maksimum kolom		5	3 (minimaks)	5	

pertama periksa apakah ada baris dan kolom yang didominasi. Kita lihat bahwa baris A_1 didominasi oleh baris A_2 ($pay\ off\ A_2 \geq pay\ off\ A_1$) sehingga baris A_1 bisa dihilangkan tanpa merubah hasil optimal perusahaan A.

Perusahaan B tahu persis bahwa perusahaan A tidak akan menggunakan strategi A_1 berkaitan dengan dominasi tadi. Langkah selanjutnya perhatikan kolom B_2 yang mendominasi baik B_1 maupun B_3 ($pay\ off\ B_2 \leq pay\ off\ B_1$ dan B_3), oleh karenanya kolom B_1 dan B_3 dihilangkan, artinya B akan menjalankan strategi B_2 yang $pay\ off$ -nya 3. Sekarang bila B menggunakan strategi B_2 maka A memilih strategi A_2 yang $pay\ off$ -nya 3, lebih menguntungkan bila dibandingkan A_3 yang lebih kecil yakni 2.

Permainan dua pemain jumlah nol di atas adalah permainan dengan strategi murni, di mana nilai $pay\ off$ antara baris dan kolom sama yakni 3. Strategi optimal perusahaan A adalah A_2 dan perusahaan B adalah B_2 . Kriteria yang diterapkan oleh pemain baris adalah maksimin sedangkan pemain kolom menggunakan kriteria minimaks.

2. MIXED STRATEGY GAME

Sebagai suatu contoh perhatikan kasus berikut:

		Perusahaan B				Minimum Baris
		Undian	Hadiah	Diskon	Kupon	
Perusahaan A	Undian	3	1	-2	3.5	-2
	Hadiah	-7	6	4	10	-7
	Diskon	1	0	-5	3	-5
	Kupon	4	8	-1	4	-1
Maksimum Kolom		4	8	4	10	

Maksimin

Minimax

Minimax

Terapkan strategi dominan, strategi undian dan diskon pada perusahaan A didominasi oleh strategi kupon, sehingga strategi undian dan diskon pada perusahaan A dapat dihilangkan dan tersisa strategi hadiah dan kupon. Sementara itu strategi hadiah dan kupon pada perusahaan B didominasi oleh strategi diskon, sehingga strategi hadiah dan kupon pada perusahaan B dapat dihilangkan dan tersisa strategi undian dan diskon. Sehingga matriks pay off menjadi:

		Perusahaan B	
		Undian Q	Diskon 1 - Q
Perusahaan A	Hadiah P	-7	4
	Kupon 1 - P	4	-1

Misalkan P adalah kemungkinan perusahaan A menggunakan strategi “hadiah” dan (1 - P) adalah kemungkinan perusahaan A menggunakan strategi “kupon”. Terdapat dua kemungkinan:

1. Jika perusahaan B menggunakan strategi “undian”, maka harapan menang untuk perusahaan A adalah:

$$-7P + 4(1 - P) = -7P + 4 - 4P = 4 - 11P$$
2. Jika perusahaan B menggunakan strategi “diskon”, maka harapan menang untuk perusahaan A adalah:

$$4P + -1(1 - P) = 4P - 1 + P = 5P - 1$$

Karena mixed strategy beranggapan bahwa apapun yang dipilih perusahaan B berakibat sama bagi perusahaan A, maka:

$$4 - 11P = 5P - 1;$$

$$-11P - 5P = -1 - 4$$

$$-16P = -5$$

$$P = 5/16 = 0.3125$$

Solusi mixed strategy ini akan menghasilkan harapan menang bagi perusahaan A atau harapan kalah bagi perusahaan B. Ini berarti perusahaan A seharusnya mempergunakan

strategi “hadiah” sebesar $5/16$ dan sisanya strategi kupon sebesar $11/16$. Kemudian harapan menang untuk perusahaan A adalah:

$$\begin{aligned} &= -7(5/16) + 4(11/16) = -35/16 + 44/16 \\ &= 4(5/16) - 1(11/16) = 20/16 - 11/16 \\ &= 9/16 = 0.5625 \end{aligned}$$

Artinya, jika games dilakukan berulang kali, maka rata-rata pertumbuhan pangsa pasar perusahaan A atau rata-rata penurunan pangsa pasar perusahaan B adalah sebesar 56.25%. Namun, jika games hanya terjadi sekali solusinya adalah pure strategy tunggal bagi setiap perusahaan dan salah satu perusahaan itu akan dirugikan.

B. SOLUSI PERMAINAN MENGGUNAKAN LP

Bila model permainan dipecahkan dengan metode simpleks, langkah awal adalah menyederhanakan matriks pay off-nya bila mungkin. Bentuk program liniernya dan cari solusi optimumnya. Sebagai ilustrasi mari kita kembali kekasus permainan dua pemain jumlah nol diatas. Untuk mempermudah penjelasan kita notasikan:

N = nilai permainan

X_1 dan X_2 = probabilitas masing-masing strategi perusahaan A

Y_1 dan Y_2 = probabilitas masing-masing strategi perusahaan B

Dengan perusahaan A sebagai pemain baris (maximizing player), maka dapat dinyatakan harapan menang perusahaan A dalam tanda (\geq). Jadi:

$-7X_1 + 4X_2 \geq N$ Bila perusahaan B menggunakan strategi undian

$4X_1 - X_2 \geq N$ Bila perusahaan B menggunakan strategi diskon

Diketahui:

$$X_1 + X_2 = 1 \text{ dan } X_1, X_2 \geq 0$$

Dengan perusahaan B sebagai pemain kolom (minimizing player), maka dapat dinyatakan harapan kekalahan perusahaan B dalam tanda (\leq). Jadi:

$-7Y_1 + 4Y_2 \leq N$ Bila perusahaan A menggunakan strategi hadiah

$4Y_1 - Y_2 \leq N$ Bila perusahaan A menggunakan strategi kupon

Diketahui:

$$Y_1 + Y_2 = 1 \text{ dan } Y_1, Y_2 \geq 0$$

Dengan membagi setiap petidaksamaan dan persamaan diatas dengan N, maka:

$$\frac{-7X_1}{N} + \frac{4X_2}{N} \geq 1 \qquad \frac{-7Y_1}{N} + \frac{4Y_2}{N} \leq 1$$

$$\frac{4X_1}{N} - \frac{X_2}{N} \geq 1 \qquad \frac{4Y_1}{N} - \frac{Y_2}{N} \leq 1$$

$$\frac{X_1}{N} + \frac{X_2}{N} = \frac{1}{N} \qquad \frac{Y_1}{N} + \frac{Y_2}{N} = \frac{1}{N}$$

Misalkan $\frac{X_1}{N} = X_1$ dan $\frac{X_2}{N} = X_2$; misalkan juga $\frac{Y_1}{N} = Y_1$ dan $\frac{Y_2}{N} = Y_2$

Perusahaan A adalah maximizing player, maka fungsi tujuannya adalah memaksimumkan N atau ekuivalen dengan meminimumkan 1/N, dengan fungsi tujuan $X_1 + X_2 = 1/N$, maka linier programming bagi perusahaan A adalah:

Minimumkan: $Z = X_1 + X_2$
Batasan: $-7X_1 + 4X_2 \geq 1$
 $4X_1 - X_2 \geq 1$

Perusahaan B adalah minimizing player, maka fungsi tujuannya adalah meminimumkan N atau ekuivalen dengan memaksimumkan 1/N, dengan fungsi tujuan $X_1 + X_2 = 1/N$, maka linier programming bagi perusahaan B adalah:

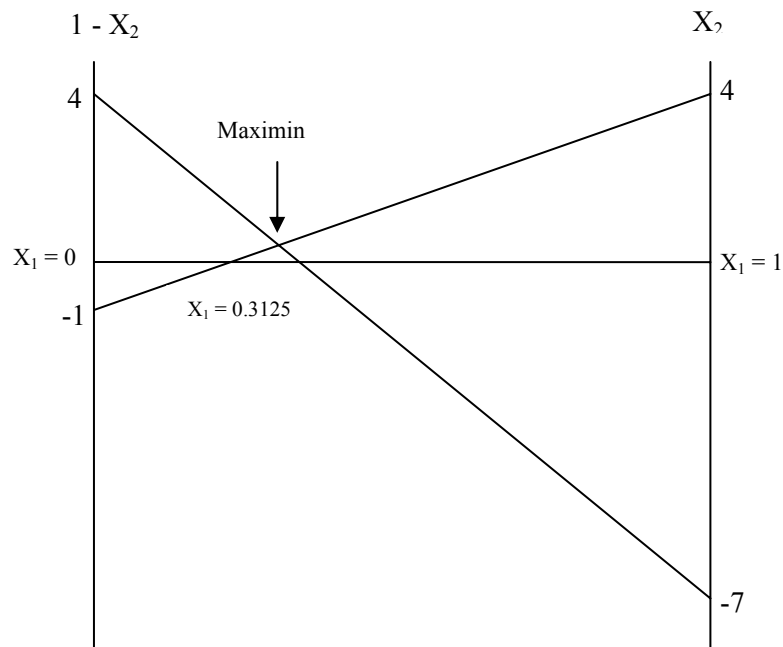
Maksimumkan: $Z = X_1 + X_2$
Batasan: $-7X_1 + 4X_2 \leq 1$
 $4X_1 - X_2 \leq 1$

C. SOLUSI GRAFIK UNTUK GAMES TEORY

Mengikuti contoh sebelumnya:

		Perusahaan B	
		Undian X_2	Diskon $1 - X_2$
Perusahaan A	Hadiah X_1	-7	4
	Kupon $1 - X_1$	4	-1

Strategi perusahaan B	Harapan perusahaan A
Undian	$-7X_1 + 4(1 - X_1) = 4 - 11X_1$
Diskon	$4X_1 + -1(1 - X_1) = 5X_1 - 1$



Dengan demikian maka:

$$N = 4 - 11(0.3125) = 0.5625$$

$$N = 5(0.3125) - 1 = 0.5625$$

REFERENSI

1. Aminudin, *Prinsip-Prinsep Riset Operasi*, Jakarta, Penerbit Erlangga,
2. Siswanto, *Operations Research - Jilid 2*, Jakarta, Penerbit Erlangga.
3. Sri Mulyono, *Riset Operasi*, Jakarta: Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi UI, 2002
4. Taha, Hamdy A., *Riset Operasi – Jilid 1*, Jakarta: Binarupa Aksara, 1996